Sviluppi in serie di MacLaurin

Funzione	Sviluppo di McLaurin	Intervallo di convergenza
e^x	$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}$	$R = +\infty$
$\frac{1}{1-x}$	$\sum_{n=0}^{+\infty} x^n$	$(-1, 1)$
$\log(1-x)$	$-\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n}$	$(-1, 1]$
$\arctan x$	$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}\ x^{2n+1}$	$[-1, 1]$
$\sin x$	$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}\ x^{2n+1}$	$R = +\infty$
$\cos x$	$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!}\ x^{2n}$	$R = +\infty$
$\sinh x$	$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$	$R = +\infty$
$\cosh x$	$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!}$	$R = +\infty$
$(1+x)^\alpha$	$\sum_{n=0}^{+\infty} \binom{\alpha}{n} x^n$	$R = 1$

Serie di Fourier

$$f(x) \approx a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos\left(k\frac{2\pi}{T}x\right) + b_k \sin\left(k\frac{2\pi}{T}x\right),$$

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(x)\,dx, \quad a_k = \frac{2}{T}\int_0^T f(x)\cos\left(k\frac{2\pi}{T}x\right)\,dx \quad k \geq 1, \quad b_k = \frac{2}{T}\int_0^T f(x)\sin\left(k\frac{2\pi}{T}x\right)\,dx \quad k \geq 1.$$

$$\int_0^T |f(x)|^2\,dx = Ta_0^2 + \frac{T}{2}\sum_{k=1}^{\infty}(a_k^2 + b_k^2) \quad \text{(identità di Parseval)}$$

Trasformata di Laplace

Linearità $(a,b \in \mathbb{R})$	$\boxed{\mathcal{L}[ax(t)+by(t)](s)=aX(s)+bY(s)}$	$s>\max\{s_x,\ s_y\}$
Traslazione $(a \in \mathbb{R})$	$\boxed{\mathcal{L}[x(t-a)u(t-a)](s)=e^{-as}X(s)}$	$s>s_x$
Modulazione $(a \in \mathbb{R})$	$\boxed{\mathcal{L}[e^{at}x(t)](s)=X(s-a)}$	$s>a+s_x$
Riscalamento $(a>0)$	$\boxed{\mathcal{L}\left[x(at)\right](s)=\frac{1}{a}X\left(\frac{s}{a}\right)}$	$s>as_x$
Derivazione rispetto a s	$\boxed{\mathcal{L}\left[t^n x(t)\right](s)=(-1)^n X^{(n)}(s)}$	$s>s_x$
Derivazione rispetto a t	$\boxed{\mathcal{L}[x'(t)](s)=sX(s)-x(0^+)}$	$s>\max\{s_x,\ s_{x'}\}$
	$\boxed{\mathcal{L}[x''(t)](s)=s^2X(s)-sx(0^+)-x'(0^+)}$	$s>\max\{s_x,\ s_{x'},\ s_{x''}\}$
Integrale della trasformata	$\boxed{\int_s^{+\infty} X(r)dr=\mathcal{L}\left[\frac{x(t)}{t}\right](s)}$	$s>s_x$
Convoluzione	$\boxed{\mathcal{L}[(x*y)(t)]=X(s)\,Y(s)}$	$s>\max\{s_x,\ s_y\}$
Trasformata dell'integrale	$\boxed{\mathcal{L}\left[\int_0^t x(r)dr\right](s)=\frac{X(s)}{s}}$	$s>\max\{0,\ s_x\}$

$x(t)$	$X(s)=\mathcal{L}[x(t)](s)$	s_x
$u(t)$	$\frac{1}{s}$	0
$e^{at}\quad (a \in \mathbb{R})$	$\frac{1}{s-a}$	a
$t^n\quad (n \in \mathbb{N})$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	0
$\sin(at)\quad (a \in \mathbb{R})$	$\frac{a}{s^2+a^2}$	0
$\cos(at)\quad (a \in \mathbb{R})$	$\frac{s}{s^2+a^2}$	0
$\sinh(at)\quad (a \in \mathbb{R})$	$\frac{a}{s^2-a^2}$	$\lvert a\rvert$
$\cosh(at)\quad (a \in \mathbb{R})$	$\frac{s}{s^2-a^2}$	$\lvert a\rvert$
$e^{at}\sin(bt)\quad (a,\ b \in \mathbb{R})$	$\frac{b}{(s-a)^2+b^2}$	a
$e^{at}\cos(bt)\quad (a,\ b \in \mathbb{R})$	$\frac{s-a}{(s-a)^2+b^2}$	a
$\frac{\sin t}{t}$	$\arctan\left(\frac{1}{s}\right)$	0

Trasformata di Fourier

Linearità	$\boxed{\mathcal{F}[ax(t)+by(t)](\omega)=aX(\omega)+bY(\omega)}$	$a,b\in\mathbb{C}$
Traslazione	$\boxed{\mathcal{F}[x(t+a)](\omega)=X(\omega)e^{i\omega a}}$	$a\in\mathbb{R}$
Modulazione	$\boxed{\mathcal{F}[e^{iat}x(t)](\omega)=X(\omega-a)}$	$a\in\mathbb{R}$
Riscalamento	$\boxed{\mathcal{F}\left[x(at)\right](\omega)=\frac{1}{\lvert a\rvert}X\left(\frac{\omega}{a}\right)}$	$a\neq 0$
Trasposizione	$\boxed{\mathcal{F}[x(-t)](\omega)=X(-\omega)}$	
Coniugazione	$\boxed{\mathcal{F}\left[\overline{x(t)}\right](\omega)=\overline{X(-\omega)}}$	
Derivazione rispetto a ω	$\boxed{\mathcal{F}[t^n x(t)](\omega)=i^n X^{(n)}(\omega)}$	
Derivazione rispetto a t	$\boxed{\mathcal{F}[x^{(n)}(t)](\omega)=(i\omega)^n X(\omega)}$	
Simmetria	$\boxed{\mathcal{F}[X(\omega)](t)=2\pi x(-t)}$	
Convoluzione	$\boxed{\mathcal{F}[(x*y)(t)](\omega)=X(\omega)\,Y(\omega)}$	
Prodotto	$\boxed{\mathcal{F}[x(t)y(t)](\omega)=\frac{1}{2\pi}(X*Y)(\omega)}$	
Parseval-Plancherel	$\boxed{\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)\overline{y(t)}dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}X(\omega)\overline{Y(\omega)}d\omega}$ $\boxed{\int_{-\infty}^{+\infty}\lvert x(t)\rvert^2dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\lvert X(\omega)\rvert^2d\omega}$	

$x(t)$	$X(\omega)=\mathcal{F}[x(t)](\omega)$	
$p_T(t)$	$\frac{2}{\omega}\sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)$	
$e^{-at}u(t)$	$\frac{1}{a+i\omega}$	$a>0$
$e^{-a\lvert t\rvert}$	$\frac{2a}{\omega^2+a^2}$	$a>0$
e^{-at^2}	$\sqrt{\frac{\pi}{a}}e^{-\omega^2/(4a)}$	$a>0$
$\frac{\sin(at)}{t}$	$\pi p_{2a}(\omega)$	$a>0$
$\frac{1}{t^2+a^2}$	$\frac{\pi}{a}e^{-a\lvert\omega\rvert}$	$a>0$
$\mathrm{sign}(t)$	$\frac{2}{i\omega}$	
$\frac{1}{t}$	$-i\pi\ \mathrm{sign}(\omega)$	