

MODELLO di COMPITO di ANALISI MATEMATICA I

Esercizio 1

E' data la funzione $f(x) = \sqrt{1 + 4x - 4x^2} - 2 \sin x + 4x^2 - 1$.

- Trovare lo sviluppo del 3 ordine di MacLaurin di f
- Calcolare l'ordine di infinitesimo e la parte principale di $f(x)$ per $x_0 \rightarrow 0$
- Dire se converge l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{f(x)}{\sqrt{x} \sin^3 x} dx$$

Esercizio 2

E' data la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 - x^2}.$$

- Trovarne il dominio, comportamento agli estremi del dominio, eventuali asintoti obliqui
- Calcolare la derivata prima di f , indicarne gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo.
- Tracciare un grafico qualitativo di f .
- Trovare gli eventuali punti di non derivabilità di f .
- Dire se è possibile trovare lo sviluppo di MacLaurin di f , e fino a che ordine.

Esercizio 3

Calcolare l'area della parte di piano compresa tra il grafico della funzione $f(x) = x^2 e^{-|x|}$ e l'asse delle x , per $x \in [-1, 2]$.

Esercizio 4

1. Si consideri la funzione $f(x) = \sqrt{x+3}$. Sull'intervallo $I = [-3, 7]$:

a) $f(x)$ soddisfa le ipotesi del teorema di Lagrange:

VERO

FALSO

PERCHE':

d) $f(x)$ non soddisfa le ipotesi del teorema dei valori intermedi:

VERO

FALSO

PERCHE':

2. Dire (MOTIVANDO OPPORTUNAMENTE LA RISPOSTA) in quale di queste situazioni l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} f(x) dx \text{ SICURAMENTE NON CONVERGE:}$$

a) se f non è continua sull'intervallo $[1, +\infty)$

b) se f non è positiva

c) se $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$.

d) se f non è limitata sull'intervallo $[1, +\infty)$

PARTE TEORICA

Argomento: **Minimo globale e locale. Teorema di Fermat**

- Definire che cosa è un punto di minimo globale e locale di una funzione.
- Enunciare e dimostrare il teorema di Fermat.
- Servendosi di esempi e controesempi (anche grafici), mostrare che le ipotesi sono tutte indispensabili per la validità del teorema.