

Analisi Matematica I (Nuovo Ordinamento) - 19 Settembre 2001

ESERCIZIO 1. Data la funzione $f(x) = 2x \log(1 + 3x)$:

1. determinare lo sviluppo di McLaurin di ordine 4 della funzione f

2. Trovare $f^{(IV)}(0)$.

3. Sia $g(x) = f(x) - 6x \sin x$: Provare che $g(x)$ ha un punto critico in $x = 0$ e indicarne la natura.

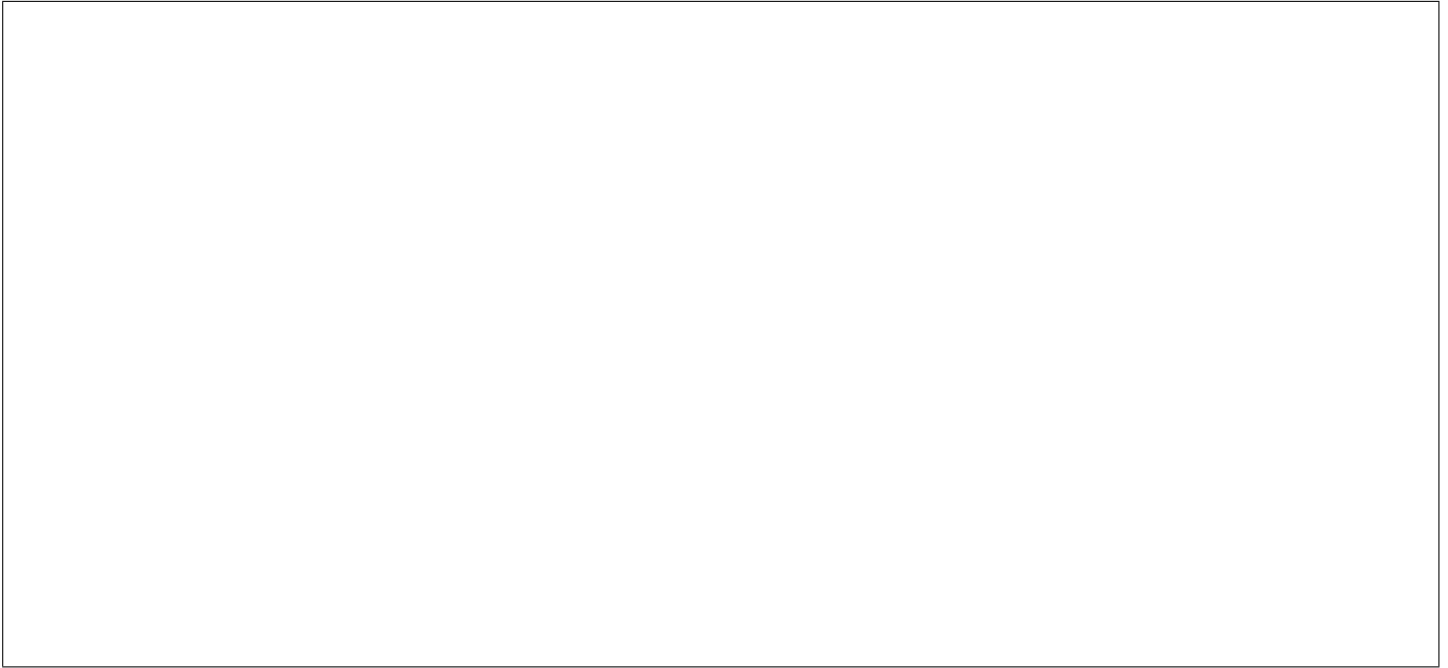
ESERCIZIO 2. Data $f(x) = \frac{x}{x^2 + x - 2}$:

1. determinare il dominio, i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti della funzione f

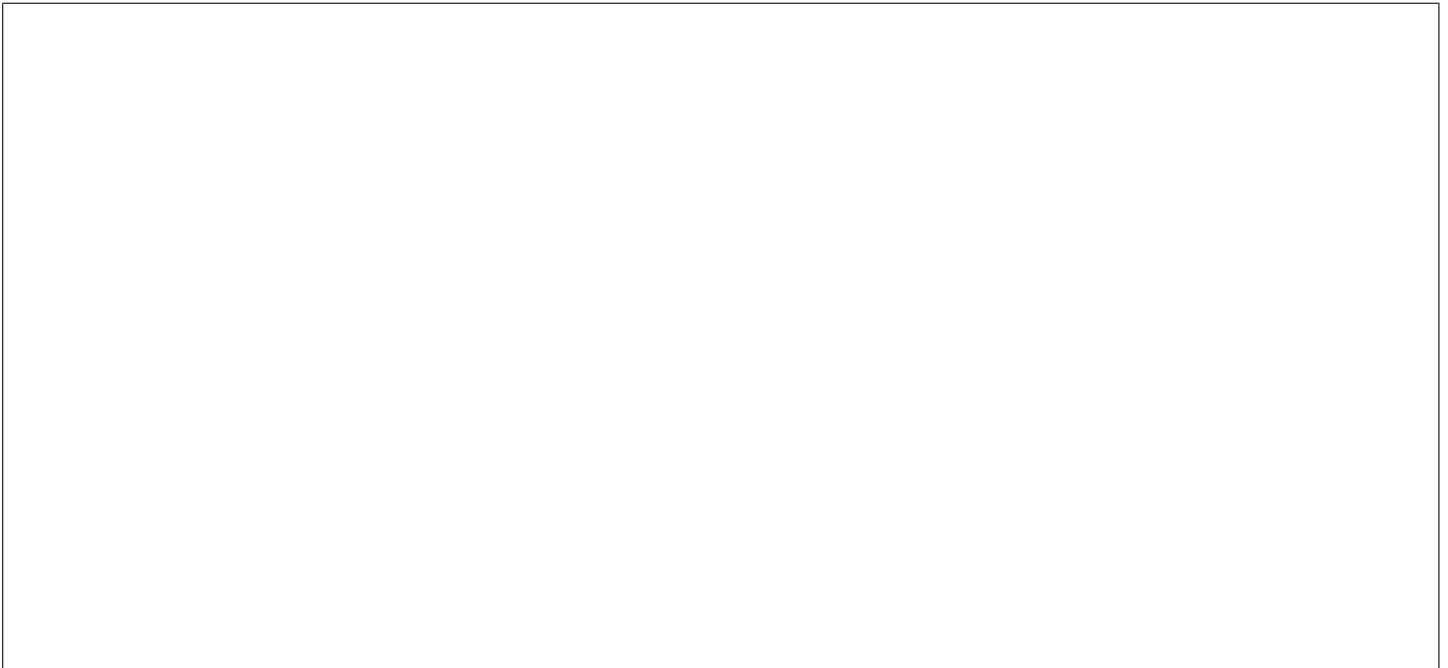
2. calcolare la derivata prima e studiarne il segno

3. determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali estremi (massimi e minimi relativi e assoluti) della funzione f

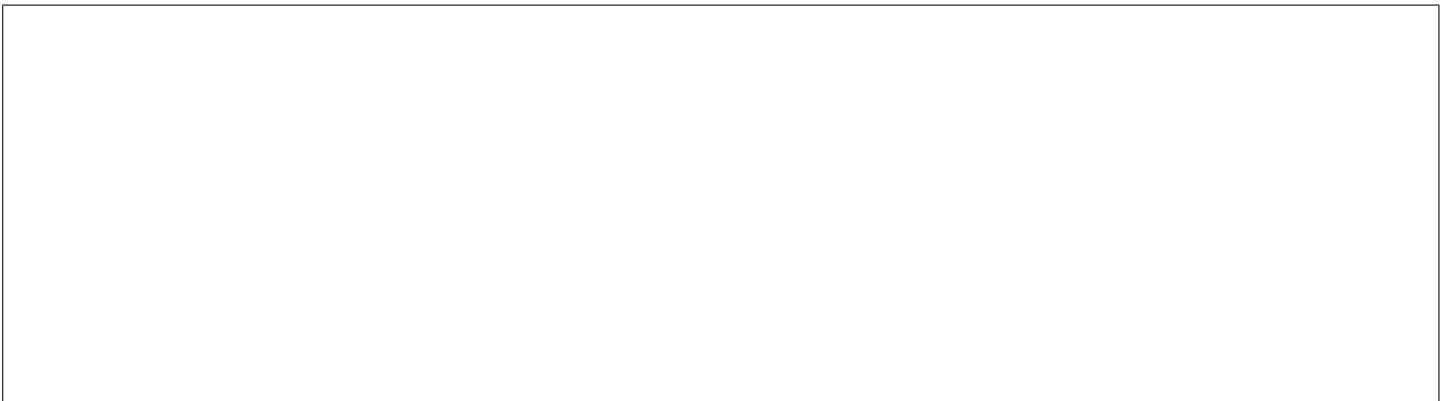
4. tracciare un grafico qualitativo di f



5. Sia $g(x) = e^{f(x)}$. A partire dal grafico di f , dedurre un grafico qualitativo di g



6. determinare $\sup (g)$, $\inf (g)$ e discutere l'esistenza di eventuali massimi e minimi di g



ESERCIZIO 3. E' data la funzione

$$f(x) = xe^{2|x|}$$

1. **SENZA FARE CALCOLI** dire se è vero che $\int_{-1}^1 f(x) dx = 0$.

2. Calcolare $\int_0^1 f(x) dx$.

3. Trovare la primitiva $F(x)$ di $f(x)$ tale che $F(\frac{1}{2}) = 1$.

Cognome Nome

ESERCIZIO 4.

(Barrare dove richiesto la casella corrispondente alla risposta corretta e giustificarla)

Sia f una funzione continua sull'intervallo $[-1, 1]$, tale che $f(-1) = 3$, $f(1) = -5$ e tale che l'integrale $\int_{-1}^1 f(x) dx = 8$.

Allora:

1. esiste un punto $x_0 \in (-1, 1)$ in cui $f(x_0) = e$

VERO

FALSO

2. esiste un punto $x_1 \in (-1, 1)$ in cui $f(x_1) = 4$

VERO

FALSO

TEORIA

1. Dire che cosa significa che una funzione $f(x)$ è continua in un punto $x_0 \in \text{dom}(f)$.

2. Dire che cosa significa che una funzione $f(x)$ è derivabile in un punto x_0 interno al dominio di f .

3. Sia $f(x) = e^x$. **UTILIZZANDO SOLO LA DEFINIZIONE DI DERIVATA** provare che $f'(0) = 1$.

4. Sia $f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{se } x < 0 \\ \sqrt{x} & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{x} & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

Disegnare il grafico di f ; dire dove f è continua e derivabile.