COGNOME .... NOME .... Matricola .... Corso Prof. ....

Esame di ANALISI MATEMATICA I - 13 Settembre 2002

A

ESERCIZIO 1. Data la funzione $f(x) = 1 + \log(1 - x^2) - \sqrt{1 + 4x^2}$

1. Calcolare lo sviluppo di MacLaurin di $f(x)$ al quarto ordine.

2. Calcolare $f''(0)$ e studiare la natura del punto critico $x = 0$ (massimo, minimo o flesso).

3. Calcolare il limite $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)-x}{x^3}$.

ESERCIZIO 2. Data la funzione:

$$f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 - 1}$$

1. Determinare il dominio e calcolare i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti.

2. Determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali estremi (massimi e minimi relativi e assoluti) di f.

3. Tracciare un grafico qualitativo di $f(x)$.

4. Quanti sono gli zeri della funzione f? Giustificare la risposta.

ESERCIZIO 3.

1. Calcolare l'integrale indefinito $\int e^x \log(1+e^x)dx$.

2. Detta $F(x)$ la primitiva di $f(x) = e^x \log(1+e^x)$ tale che $F(0) = 0$, calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x\to+\infty} F(x)$ e $\lim_{x\to-\infty} F(x)$.

ESERCIZIO 4.

1. Dimostrare che la funzione $F(x) = \int_0^x t^5 e^{-t^2}\, dt$ ha un minimo in $x = 0$.

2. Dimostrare che $F(1) > 0$ e che $F(-1) > 0$.

3. Dire se converge ed eventualmente calcolare l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} te^{-t^2}\, dt$.

TEORIA

1. Enunciare e dimostrare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

COGNOME .... NOME .... Matricola .... Corso Prof. ....

Esame di ANALISI MATEMATICA I - 13 Settembre 2002

B

ESERCIZIO 1. Data la funzione $f(x) = \sqrt{1 + 2x^2} - 1 - \log(1 - 2x^2)$

1. Calcolare lo sviluppo di MacLaurin di $f(x)$ al quarto ordine.

2. Calcolare $f''(0)$ e studiare la natura del punto critico $x = 0$ (massimo, minimo o flesso).

3. Calcolare il limite $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)+x}{x^3}$.

ESERCIZIO 2. Data la funzione:

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{x^2 - 1}$$

1. Determinare il dominio e calcolare i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti.

2. Determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali estremi (massimi e minimi relativi e assoluti) di f.

3. Tracciare un grafico qualitativo di $f(x)$.

4. Quanti sono gli zeri della funzione f? Giustificare la risposta.

ESERCIZIO 3.

1. Calcolare l'integrale indefinito $\int e^{2x} \log(1+e^{2x})dx$.

2. Detta $F(x)$ la primitiva di $f(x) = e^{2x}\log(1+e^{2x})$ tale che $F(0) = 0$, calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x\to+\infty} F(x)$ e $\lim_{x\to-\infty} F(x)$.

ESERCIZIO 4.

1. Dimostrare che la funzione $F(x) = \int_0^x t^5 e^{-t^2}\, dt$ ha un minimo in $x = 0$.

2. Dimostrare che $F(1) > 0$ e che $F(-1) > 0$.

3. Dire se converge ed eventualmente calcolare l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} te^{-t^2}\, dt$.

TEORIA

1. Enunciare e dimostrare il teorema fondamentale del calcolo integrale.