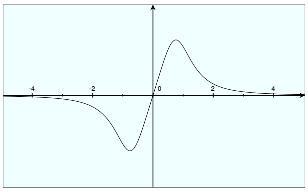
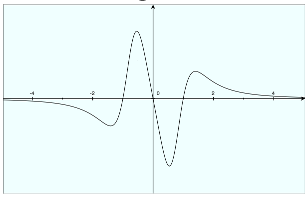
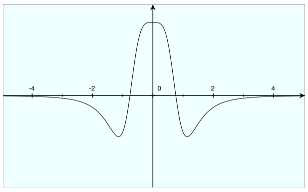
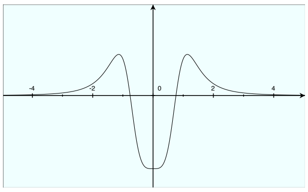
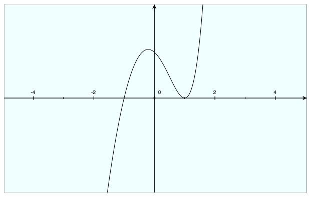
ESONERO DI ANALISI MATEMATICA 1

11 novembre 2006 - Fila E

1. Data la funzione $f(x)$ di grafico



il grafico della funzione derivata $f'(x)$ è:

(a) (b) (c) (d)

2. Della funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si sa che $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -2$. Allora necessariamente:

   (a) $f(x) \le -2\,, \quad \forall x \in \mathbb{R}$

   (b) $f(x) < 0\,, \quad \forall x > 10^6$

   (c) $\exists M > 0 \ : \ |f(x) + 2| < 10^{-1}\,, \quad \forall x > M$

   (d) $\exists \epsilon < 10^{-4} \ : \ |f(x) + 2| < \epsilon\,, \quad \forall x > 10^{28}$

3. Siano $f(x) = |x| - 2$ e $g(x) = \ln x$. Allora, necessariamente

   (a) $\mathrm{Dom}(f \circ g) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

   (b) $\mathrm{Dom}(f \circ g) = \mathbb{R}$

   (c) $\mathrm{Dom}(g \circ f) = (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

   (d) $\mathrm{Dom}(g \circ f) = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

4. Il limite $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} \frac{4x^3 - x \ln x}{\tan x - 2\sin^3 x}$

   (a) vale 0

   (b) non esiste

   (c) vale -2

   (d) è infinito

5. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione crescente. Allora, necessariamente

   (a) la funzione $g(x) = f(x^2)$ è crescente

   (b) la funzione $h(x) = 3f(x) - 5$ è crescente

   (c) la funzione $|f(x)|$ è crescente

   (d) $f(x)$ è continua

6. Per $x \to 0$:

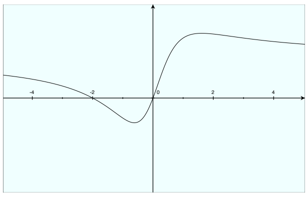
   (a) $x^3 = o(x^4)$

   (b) $x^4 = o(\sin(x^2))$

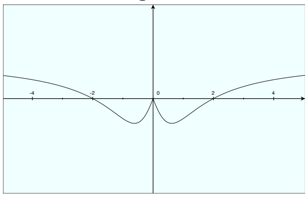
   (c) $x^3 \sim x^3 + 1$

   (d) $x^7 + x \sim x^2 - x$

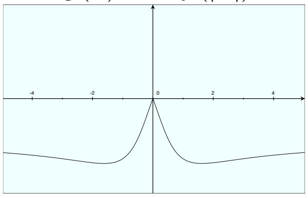
7. Data la funzione $f(x)$ di grafico



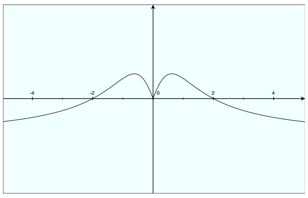
il grafico della funzione $g(x) = -f(|x|)$ è:



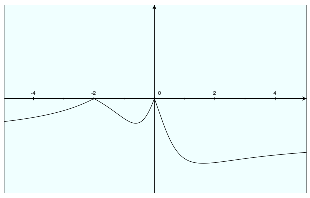
(a)



(b)



(c)



(d)

8. I limiti laterali $\lim_{x \to 0^\pm} \tan\left(\frac{\pi}{4} + x \sin\frac{1}{x}\right)$

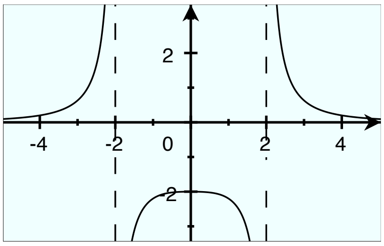
   (a) non esistono

   (b) valgono rispettivamente ± 1

   (c) sono uguali a $\tan\left(\lim_{x \to 0^\pm}\left(\frac{\pi}{4} + x \sin\frac{1}{x}\right)\right)$

   (d) sono infiniti

9. Data la funzione $f(x)$ di grafico



allora l'insieme $f^{-1}([-1, +\infty))$ è :

   (a) $(-\infty, -2] \cup (0, +\infty)$

   (b) $(0, +\infty)$

   (c) $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

   (d) $[-2, 2]$

10. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile in $x = 0$ e tale che $f(0) = 0$, $f'(0) = 0$. Allora, necessariamente

   (a) $f(x)$ ammette un minimo locale in $x = 0$

   (b) f è costante su $\mathbb{R}$

   (c) $f(x) = o(x)$ per $x \to 0$

   (d) $f(x) \sim x$ per $x \to 0$

11. Sia $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che $g(x) \geq 0$ e $g(x) = o(x)$, per $x \to 0$. Si consideri la funzione $f(x) = \sqrt{2 + g(x)}$. Allora necessariamente:

   (a) $f(x) = 2 + o(x)$, per $x \to 0$

   (b) $f(x) \sim 2$, per $x \to 0$

   (c) $f(x) = o(2 + \sqrt{x})$, per $x \to 0$

   (d) $f(x) \sim \sqrt{g(x)}$, per $x \to +\infty$

12. Siano dati due insiemi non vuoti A e B, con $A \subseteq B \subseteq \mathbb{R}$. Allora, necessariamente

   (a) se esiste $\max(B)$, esiste anche $\max(A)$
   (b) se B è inferiormente limitato, lo è anche A
   (c) se esiste $\min(A)$, esiste anche $\min(B)$
   (d) se A è superiormente limitato, lo è anche B

13. Sia data la successione $a_n = (-1)^n + \dfrac{7}{n^2}$, $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$. Allora necessariamente:

   (a) a_n è infinitesima
   (b) a_n è limitata
   (c) $\lim_{n\to\infty} a_n = 1$
   (d) a_n è monotona crescente

14. In $x = 0$ la funzione $f(x) = \dfrac{\ln(1+x^2)}{3x^2}$:

   (a) ha una discontinuità eliminabile
   (b) ha una discontinuità di seconda specie
   (c) è infinita
   (d) ha un salto

15. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente, che ammette la retta $y = 10$ come asintoto orizzontale destro. Allora necessariamente

   (a) il numero degli zeri di f è uguale a 1
   (b) il numero degli zeri di f è maggiore di 1
   (c) se $f(-2) > 0$, allora non ci sono zeri
   (d) f può avere uno zero o nessuno zero

16. Sia $A = \{x \in \mathbb{R} : x = \pi + \frac{1}{k},\ k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}\}$. Allora, necessariamente

   (a) $\sup(A) = \pi$
   (b) A non ammette massimo
   (c) $\min(A) = \pi - 1$
   (d) A è illimitato

17. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ monotona crescente sull'intervallo I$=(2, 5)$. Allora necessariamente:

   (a) f è limitata su I
   (b) esiste $\lim_{x\to 5^-} f(x)$
   (c) $f\left(\dfrac{1}{\pi}\right) \geq f\left(\dfrac{1}{e}\right)$
   (d) f è continua su I

18. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che $\lim_{x\to -3} f(x) = 8$. Allora necessariamente:

   (a) dato comunque un intorno U di -3, esiste un intorno V di 8 tale che, se $x \in U$, allora $f(x) \in V$
   (b) dato comunque un intorno U di 8, esiste un intorno V di -3 tale che, se $x \in V \setminus \{-3\}$, allora $f(x) \in U$
   (c) se $|x + 3| < \delta$ allora $|f(x) - 8| < \epsilon$
   (d) $f(x) > 0\,, \quad \forall x > -3$

19. Il limite $\lim_{x \to 0} \dfrac{e^{3x} - 1}{\cos \sqrt{x} - 1}$

(a) vale 0

(b) vale -6

(c) vale $-\dfrac{3}{2}$

(d) non è finito

20. E' data la funzione $f(x) = [1 + \ln(3x)]e^{-x}$. Allora :

(a) $f'\left(\frac{1}{3}\right) = 2e^{-1/3}$

(b) $f'(1) = 0$

(c) $f'(1) = \left(-\dfrac{2}{3} - \ln 3\right) e^{-1}$

(d) $f'\left(\frac{1}{3}\right) = 0$

21. Sia $f : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ una funzione continua tale che $f(0) = 5$, $f(1) = -3$ e $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$. Allora, necessariamente

(a) f ammette esattamente uno zero

(b) f ammette almeno due zeri

(c) $f(x)$ è derivabile in $x = 1$

(d) $f(x) > 0\,, \quad \forall x < \frac{1}{2}$

22. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile. Allora la funzione $g(x) = |f(x)|$:

(a) non è mai derivabile

(b) è derivabile se e solo se $f(x) \geq 0\,, \quad \forall x \in \mathbb{R}$

(c) se $f'(0) = 0$, allora $g(x)$ è derivabile

(d) se $f(x)$ non ha zeri, allora $g(x)$ è derivabile

23. Si considerino gli intervalli $I_n = \left[-n, \dfrac{1}{2n}\right)$, al variare di $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$. Allora, necessariamente

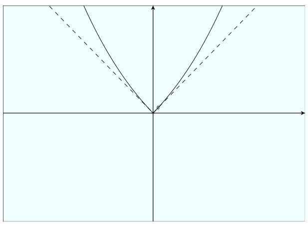
(a) $\displaystyle\bigcup_{n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}} I_n = \left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$

(b) $\displaystyle\bigcup_{n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}} I_n = \left[-1, \frac{1}{2}\right)$

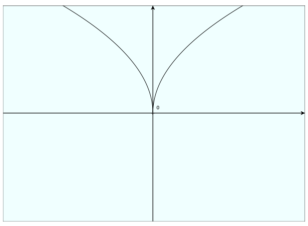
(c) $\displaystyle\bigcap_{n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}} I_n = (-1, 0)$

(d) $\displaystyle\bigcap_{n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}} I_n = \left[-1, \frac{1}{2}\right)$

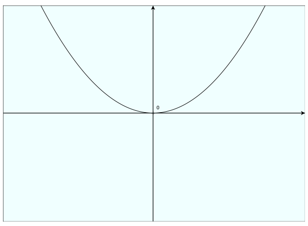
24. In un intorno di $x = 0$, il grafico della funzione $f(x) = 3\left(e^{|x|/3} - 1\right)$ è



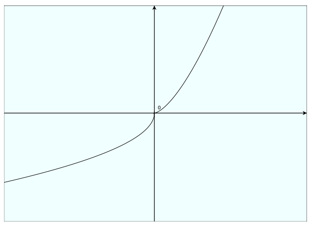
(a)



(b)



(c)

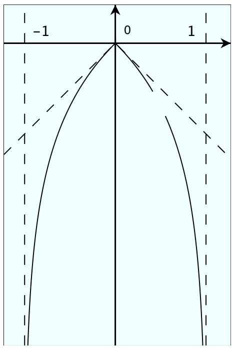


(d)

25. E' data la funzione $f(x) = \ln(e^x + 2)$. Allora, per $x \to +\infty$:

(a) $f(x)$ ha per asintoto la retta $y = x$
(b) $f(x)$ ha per asintoto la retta $y = x + 2$
(c) $f(x)$ non ha per asintoti
(d) $f(x) \sim e^x + 2$

26. La seguente curva



è parte del grafico della funzione:

(a) $f(x) = \ln(1 - |x|)$
(b) $f(x) = 1 + \dfrac{1}{x^2 - 1}$
(c) $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - 1}$
(d) $f(x) = -|x|e^x$

27. L'immagine della funzione $f(x) = \dfrac{x^3 + x - 1}{x^2 + 1}$ è:

(a) $(0, +\infty)$
(b) $\mathbb{R}$
(c) $(-\infty, 0)$
(d) $(-1, 1)$

28. Sia $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ una funzione continua tale che $f(0) = 0$ e $f(1) = 1$. Allora, necessariamente

(a) $\mathrm{Im}(f) \subseteq [0, 1]$
(b) $\mathrm{Im}(f) = [0, 1]$
(c) $\mathrm{Im}(f) \supseteq [0, 1]$
(d) $\mathrm{Im}(f) = \{0, 1\}$

29. In $x = 0$ la funzione $f(x) = \sin x |\cos x|$:

(a) è continua ma non derivabile
(b) è derivabile
(c) non è né continua né derivabile
(d) ha un punto angoloso

30. Sono date le funzioni non nulle $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di cui f è pari e g è dispari. Allora necessariamente la funzione $f - g$

(a) è pari
(b) è dispari
(c) può essere pari o dispari, dipende dalle funzioni f e g scelte
(d) non è né pari né dispari