

Analisi Matematica I (Vecchio Ordinamento) - 4 Settembre 2001**ESERCIZIO 1.** E' data la funzione $f(x) = \sqrt{|x-1|}$:1. Dire se f è continua e derivabile su \mathbb{R} .2. Determinare la primitiva $F(x)$ della funzione $f(x)$ che si annulla in $x = 0$.3. Dire se, su \mathbb{R} , F è continua , derivabile e quante volte .4. Calcolare l'area della parte di piano compresa tra il grafico di f e l'asse delle x , per $x \in [0, 2]$.

ESERCIZIO 2. Data $f(x) = \frac{2x}{\sqrt[3]{1-x^2}}$:

1. determinare il dominio e le eventuali simmetrie di f

2. trovare i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti della funzione f

3. calcolare la derivata prima e studiarne il segno

4. determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali estremi (massimi e minimi relativi e assoluti) della funzione f

5. tracciare un grafico qualitativo di f

6. determinare lo sviluppo di MacLaurin del terzo ordine di f .

7. utilizzando la definizione di flesso e lo sviluppo trovato nel punto precedente , dedurre che f ha un punto di flesso in $x = 0$.

8. dire se l'integrale $\int_0^1 f(x) dx$ è convergente, e, in caso affermativo, calcolarlo.

ESERCIZIO 3. Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = 2(1+y)(2+y) \\ y(0) = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Dire se la soluzione trovata è limitata su \mathbb{R} .