

MATEMATICA III**Luglio 2002****Esercizio 1**

Determinare gli eventuali punti stazionari della funzione

$$f(x, y) = ye^{-(x^2+y^2)}$$

e discuterne il tipo.

Esercizio 2

Sia T il triangolo di vertici $A = (0, 2)$, $B = (1, 2)$ e $C = (1, 0)$. Calcolare l'integrale doppio

$$\int_T (x + y) \, dx \, dy.$$

Esercizio 3

Determinare per $x > 0$ tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y' = \frac{xy + 1}{x^2}.$$

Esercizio 4

Si lanci una moneta 10 volte; quale è la probabilità di ottenere testa almeno 8 volte?

- A $(\frac{1}{2})^8(\frac{1}{2})^2$
- B $\binom{10}{8}(\frac{1}{2})^8(\frac{1}{2})^2$
- C $\sum_{k=8}^{10} \binom{10}{k} (\frac{1}{2})^{10}$
- D $(\frac{1}{2})^8$

Esercizio 5

Ammettiamo di disporre di un test per la diagnosi precoce di un certo tipo di tumore, capace di fornire una diagnosi corretta nel 95% dei casi di persone ammalate (supponiamo che $P(\text{test positivo} \mid \text{persona sana}) = 0$). Se l'incidenza di quel tipo di cancro è pari allo 0.5% sulla popolazione esaminata, qual è la proporzione di diagnosi corrette di malattia?

Esercizio 6

Una ditta produce componenti che possono presentare due differenti tipi di difetti, con percentuali del 4% e 9% rispettivamente. Assumendo che le presenze di difetti del primo e del secondo tipo siano tra loro indipendenti, si calcoli:

1. la probabilità che un componente presenti entrambi i difetti;
2. la probabilità che un componente sia difettoso;
3. la probabilità che un componente presenti un difetto del primo tipo, sapendo che esso è difettoso.