

Politecnico di Torino – Facoltà di Architettura
Prova scritta di Istituzioni di Matematiche II

COGNOME e NOME

- Pejsachowicz
 - Rondoni
 - Musso
-

Esercizio 1. Si considerino il piano π passante per il punto $P = (1, 1, 0)$ e parallelo ai vettori Dati $\mathbf{u} = (2, 1, 1)$, e $\mathbf{v} = (0, 1, 3)$ e la retta

$$r : \begin{cases} x = kt \\ y = 2 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

- a) Determinare il valore del parametro k per cui la retta r e' ortogonale al piano π e calcolare il punto di intersezione tra r e π per tale valore di k .
- b) Posto $k = 0$, scrivere l'equazione del piano ortogonale alla retta r e passante per P .
- c) Scrivere l'equazione della retta passante per $A = (1, 0, 1)$ e ortogonale a π .

Esercizio 2. Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda & \lambda \\ 1 & 2 & \lambda \end{pmatrix},$$

discutere, al variare di λ , il numero di soluzioni del sistema

$$AX = B, \quad \text{dove} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 3. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 3y' - 2y = 3e^{-x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

Esercizio 4. Dire se esistono soluzioni dell'equazione differenziale

$$y' - \frac{1}{x}y = \ln x \quad x > 0$$

tal che $\lim_{x \rightarrow 0} y(x) = 0$.

Teoria 1. L'equazione della trave elastica.

Teoria 2. Teorema di Rouché-Capelli: enunciato ed esempi di sue applicazioni.

Politecnico di Torino – Facoltà di Architettura
Prova scritta di Istituzioni di Matematiche II

COGNOME e NOME

- Pejsachowicz
 - Rondoni
 - Musso
-

Esercizio 1. Si considerino il piano π passante per il punto $P = (0, 1, 1)$ e parallelo ai vettori Dati $\mathbf{u} = (1, 3, 0)$, e $\mathbf{v} = (1, 1, 2)$ e la retta

$$r : \begin{cases} x = 1 + kt \\ y = -t \\ z = t \end{cases}$$

- a) Determinare il valore del parametro k per cui la retta r e' ortogonale al piano π e calcolare il punto di intersezione tra r e π per tale valore di k .
- b) Posto $k = 0$, scrivere l'equazione del piano ortogonale alla retta r e passante per P .
- c) Scrivere l'equazione della retta passante per $A = (0, 1, 1)$ e ortogonale a π .

Esercizio 2. Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ \lambda & 4 & 0 \\ 0 & 2 & \lambda \end{pmatrix},$$

discutere, al variare di λ , il numero di soluzioni del sistema

$$AX = B, \quad \text{dove} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 3. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 6y' + 9y = 3 + 2x^2 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

Esercizio 4. Dire se esistono soluzioni dell'equazione differenziale

$$y' - \frac{1}{x}y = \frac{1}{1+x^2} \quad x > 0$$

tal che $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 1$.

Teoria 1. Modello di dinamica di una popolazione e di Verhulst.

Teoria 2. Prodotto scalare, vettoriale e misto fra vettori: proprietà algebriche e geometriche.