

Politecnico di Torino – Facoltà di Architettura
Prova scritta di Istituzioni di Matematiche II

COGNOME e NOME

Musso

Pejsachowicz

Rondoni

ESERCIZIO 1. Si considerino i vettori $\mathbf{u} = \mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$, $\mathbf{v} = 2\mathbf{i} + \lambda\mathbf{j}$ e $\mathbf{w} = \mathbf{j} + \lambda\mathbf{k}$, dove λ è un parametro reale.

Determinare i valori di λ in modo tale che:

- a) i tre vettori \mathbf{u} , \mathbf{v} e \mathbf{w} siano complanari;
- b) i vettori \mathbf{u} e \mathbf{v} siano ortogonali;
- c) l'area del parallelogramma costruito su \mathbf{u} e \mathbf{w} sia uguale a 2.

ESERCIZIO 2. Si consideri il sistema in forma matriciale: $(A - \lambda I)X = 0$, dove

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

e I è la matrice identica.

- a) Scrivere esplicitamente il sistema e discuterne il numero delle soluzioni al variare del parametro λ .
- b) Trovare la soluzione per $\lambda = 1$.
- c) Trovare gli autovalori di A .

ESERCIZIO 3. Trovare l'integrale generale dell'equazione differenziale (del 2° ordine)

$$y'' - 4y' + 4y = 5x$$

e trovare la soluzione particolare che verifica $y(0) = 0$ e $y'(0) = 1$.

ESERCIZIO 4. Dire se esistono soluzioni dell'equazione differenziale

$$y' = y - y^2$$

tali che $\lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) = 1$.

Teoria 1. Retta e piano nello spazio.

Teoria 2. Caduta di un grave.

Politecnico di Torino – Facoltà di Architettura
Prova scritta di Istituzioni di Matematiche II – 1 Febbraio 2001

COGNOME e NOME

Musso

Pejsachowicz

Rondoni

ESERCIZIO 1. Si considerino i vettori $\mathbf{u} = \mathbf{i} - \mathbf{k}$, $\mathbf{v} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \lambda\mathbf{k}$ e $\mathbf{w} = \lambda\mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, dove λ è un parametro reale.

Determinare i valori di λ in modo tale che:

- a) i tre vettori \mathbf{u} , \mathbf{v} e \mathbf{w} siano complanari;
- b) i vettori \mathbf{u} e \mathbf{v} siano ortogonali;
- c) l'area del parallelogramma costruito su \mathbf{u} e \mathbf{w} sia uguale a 3.

ESERCIZIO 2. Si consideri il sistema in forma matriciale: $(\lambda A - I)X = 0$, dove

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

e I è la matrice identica.

- a) Scrivere esplicitamente il sistema e discuterne il numero delle soluzioni al variare del parametro λ .
- b) Trovare la soluzione per $\lambda = 1$.
- c) Trovare gli autovalori di A .

ESERCIZIO 3. Trovare l'integrale generale dell'equazione differenziale (del 2° ordine)

$$y'' - 2y' + 2y = 5 + x$$

e trovare la soluzione particolare che verifica $y(0) = 0$ e $y'(0) = 1$.

ESERCIZIO 4. Dire se esistono soluzioni dell'equazione differenziale

$$y' = -y + y^2$$

tali che $\lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) = 1$.

Teoria 1. Oscillatore armonico.

Teoria 2. Determinanti di matrici e loro applicazioni in algebra lineare.