

Politecnico di Torino – II Facoltà di Architettura
Esame di Istituzioni di Matematiche II – 20 Settembre 2001

COGNOME e NOME

De Angelis (W0045) Pandolfi (W0042)

Esercizio 1. Si considerino i vettori $\mathbf{u} = \mathbf{j} - \lambda \mathbf{k}$, $\mathbf{v} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$ e $\mathbf{w} = \mathbf{j} - \mathbf{k}$, dove λ è un parametro reale:

a) scrivere l'equazione cartesiana del piano π parallelo ad \mathbf{u} e \mathbf{v} , passante per il punto $A(0, 1, 0)$,

b) scrivere l'equazione parametrica della retta r parallela a \mathbf{w} e passante per A .

c) dire se esistono valori di λ per i quali la retta r risulta parallela al piano π e scriverne le equazioni in tale caso.

Esercizio 2. Si consideri il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 - kx_3 = k \end{cases}$$

- a) discutere, al variare di $k \in \mathbf{R}$, il numero di soluzioni del sistema;
- b) interpretare geometricamente le soluzioni del sistema al variare di k ;
- c) assegnare a k un valore per il quale il sistema ammette soluzione unica e calcolare esplicitamente tale soluzione.

Esercizio 3. Data l'equazione differenziale

$$y' + \frac{y}{x} - \frac{2 \sin x \cos x}{x} = 0$$

- a) scriverne l'integrale generale;
- b) risolvere il corrispondente problema di Cauchy con la condizione $y(\pi/2) = 0$.

Esercizio 4. Sia data l'equazione differenziale di secondo ordine:

$$y'' + 2y' - 3y = 2x.$$

- a) Trovare l'integrale generale dell'equazione.
- b) Determinare la soluzione che verifica le condizioni iniziali $y(0) = 0, y'(0) = 1$.

Teoria 1. Trattare uno dei seguenti argomenti:

- a) Modelli di dinamica delle popolazioni
- b) Sistemi di equazioni differenziali

Teoria 2. Trattare uno dei seguenti argomenti:

- a) Indici di tendenza centrale e di dispersione
- b) Teorema di Rouché - Capelli e sue applicazioni