

Politecnico di Torino – Facoltà di Architettura
Corso di Istituzioni di Matematiche I

Esercizi 9

1) Calcolare i seguenti integrali mediante scomposizione

$$\begin{array}{ll} a) \int x^2 - 2x + 3 dx & b) \int (\sqrt{x} + 1) \cdot (x - \sqrt{x} + 1) dx \\ c) \int \frac{1 + x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{3}{4}}} dx & d) \int \frac{x^2 - 1}{x - 1} dx \\ e) \int \frac{x^3 - 1}{x - 1} dx & f) \int \frac{1}{x(x + 1)} dx \\ g) \int \frac{1 - x^2}{x(1 + x)} dx & h) \int \frac{1 - x}{1 - \sqrt{x}} dx \end{array}$$

2) Calcolare i seguenti integrali mediante integrazione per parti

$$\begin{array}{lll} a) \int x \sin x dx & b) \int x^2 e^{3x} dx & c) \int \frac{x}{e^x} dx \\ d) \int \frac{\log x}{x^3} dx & e) \int \log^2 x dx & f) \int \frac{\log x}{\sqrt{x}} dx \end{array}$$

3) Calcolare i seguenti integrali facendo uso della sostituzione suggerita.

$$\begin{array}{l} a) \int x(5x^2 - 3)^7 dx, \text{ ponendo } y = 5x^2 - 3 \\ b) \int \frac{x^3 - 1}{x^4 - 4x + 1} dx, \text{ ponendo } y = x^4 - 4x + 1 \\ c) \int \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3 + 1}} dx, \text{ ponendo } y = x^3 + 1 \\ d) \int \frac{\tan \sqrt{x - 1}}{\sqrt{x - 1}} dx, \text{ ponendo } y = \sqrt{x - 1} \\ e) \int \frac{\log(\log x)}{x} dx, \text{ ponendo } y = \log x \\ f) \int \frac{\arctan x}{1 + x^2} dx, \text{ ponendo } y = \arctan x \end{array}$$

4) Calcolare i seguenti integrali mediante integrazione per parti

$$a) \int \arctan x dx \quad b) \int e^x \sin x dx \quad c) \int x \arctan x dx \quad d) \int \frac{x}{\cos^2 x} dx$$

5) Calcolare i seguenti integrali indefiniti mediante le sostituzioni suggerite

$$a) \int \sqrt{\cos x - 3} \sin x \, dx, \quad y = \cos x \quad b) \int x(5x^2 - 3)^7 \, dx, \quad y = 5x^2 - 3$$

$$c) \int \frac{dx}{e^x + 1}, \quad x = -\log y \quad d) \int \frac{x \, dx}{\sqrt{x+1}}, \quad y = \sqrt{x+1}$$

6) Calcolare i seguenti integrali indefiniti mediante il metodo di sostituzione

$$a) \int \frac{\sin x}{\cos^2 x} \, dx \quad b) \int \frac{dx}{x\sqrt{2x+1}} \quad c) \int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} \, dx$$

$$d) \int \frac{e^{2x} \, dx}{\sqrt{e^x + 1}} \quad e) \int \sin x \log \cos x \, dx \quad f) \int \frac{x^3 \, dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

7) Calcolare i seguenti integrali

$$a) \int x \sqrt[5]{5-x^2} \, dx \quad b) \int \frac{x^3 - 1}{x+1} \, dx \quad c) \int \frac{1}{\sqrt{e^x}} \, dx$$

$$d) \int \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} \, dx \quad e) \int \frac{1}{e^x + 1} \, dx \quad f) \int x^3 e^{-x^2} \, dx$$

$$g) \int e^{\sqrt{x}} \, dx \quad h) \int \frac{\log^2 x}{x^2} \, dx \quad i) \int \frac{\log(\log x)}{x} \, dx$$

8) Fra tutte le primitive della funzione $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x} \cos^2 \sqrt{x}}$, determinare quella che passa per il punto $P = (\frac{\pi^2}{16}, -1)$.

9) Fra tutte le primitive della funzione $f(x) = \frac{1}{e^x + e^{-x}}$ trovare quella che tende a 1 per $x \rightarrow +\infty$.