

Politecnico di Torino – Facoltà di Architettura
Corso di Istituzioni di Matematiche I

Esercizi 11

1) Calcolare

$$\iint_D x^2 + y^2 dx dy,$$

dove D è il quadrato di lato a centrato in $(0,0)$.

2) Calcolare

$$\iint_D xy dx dy,$$

dove D è la regione delimitata dalle curve $y = x$, $x = 2$, $xy = 1$.

3) Calcolare

$$\iint_D \frac{y}{x} dx dy,$$

dove D è la regione definita da $x \geq \frac{1}{2}$, $y \geq 0$, $y \leq x$, $x^2 + y^2 \leq 1$.

4) Calcolare

$$\iint_D y dx dy,$$

dove D è l'intersezione dei cerchi $(x + 2)^2 + y^2 \leq 9$, $(x - 2)^2 + y^2 \leq 9$ e del semipiano $y \geq 0$.

5) Calcolare il baricentro della regione compresa fra le curve $y = x$ e $y = \sqrt{2x}$.

6) Calcolare

$$\iint_D y dx dy,$$

dove D è la regione del semipiano $y \geq 0$ compresa fra le parabole $y = 1 - x^2$ e $y = 4 - x^2$.

7) Calcolare

$$\iint_D e^{-x^2-y^2} dx dy,$$

dove D è il cerchio di centro $(0,0)$ e raggio a , passando alle coordinate polari.

8) Passando alle coordinate polari, calcolare

$$\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy,$$

dove D è la regione del primo quadrante delimitata dalle circonferenze $x^2 + y^2 - y = 0$ e $x^2 + y^2 = 4$.

9) Passando alle coordinate polari, calcolare

$$\iint_D x^2 y^2 dx dy,$$

dove D è la regione definita da $x + y \geq 0$ e $x^2 + y^2 \leq 1$.

10) Calcolare

$$\iint_D y dx dy,$$

dove D è la regione del primo quadrante interna al cerchio di centro $(1, 0)$ e raggio 1 ed esterna al cerchio di centro $(0, 0)$ e raggio 1.

11) Si consideri la figura formata dal quadrato $-\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2}$, $-L \leq y \leq 0$ e dal triangolo avente per base l'intervallo $-\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2}$, e per altezza l'intervallo $0 \leq y \leq h$. Determinare h (in funzione di L) in modo che il baricentro di tale figura cada sull'asse x .

Risultati

Esercizio 1. $\frac{8}{3}$

Esercizio 2. $\frac{15}{8} - \frac{\log 2}{2}$

Esercizio 3. $\frac{4 \log 2 - 1}{16}$

Esercizio 5. $(\frac{4}{5}, 1)$

Esercizio 6. $\frac{248}{15}$

Esercizio 7. $\pi(1 - e^{-a^2})$

Esercizio 8. $\frac{4\pi}{5} - \frac{2}{9}$

Esercizio 9. $\frac{\pi}{48}$

Esercizio 11. $h = \sqrt{3}L$