

**Politecnico di Torino – Facoltà di Architettura**  
**Corso di Istituzioni di Matematiche I**

**Esercizi 1**

1) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false

- a)  $\sqrt{(-3)^2} = \pm 3$                       b)  $\sqrt{(-3)^2} = -3$                       c)  $\sqrt{x^2} = x$   
d)  $\frac{a}{b} = 0$  se e solo se  $a = 0$               e)  $0^1 = 0$                       f) il doppio di  $5^{-5}$  è  $10^{-5}$   
g) il quadrato di  $5^{-5}$  è  $5^{-10}$               h)  $(3^3)^2 = 3^5$                       i)  $(3^3)^2 = 3^6$

2) Calcolare le seguenti espressioni

$$|3| + |-4|, \quad -|-3| + |-4|, \quad | -|3| - |-2| |, \quad |2 - |-2| |, \quad |-1 + |-2| |$$

3) Facendo uso del simbolo di valore assoluto, tradurre in formula le seguenti proposizioni:

- a)  $x$  è 5 oppure -5                                      b)  $x$  è compreso tra 1 e -1  
c)  $x$  è più distante da 2 che da 4                      d)  $x$  è compreso tra 2 e 6

4) Riscrivere le seguenti espressioni senza usare il valore assoluto

$$|x + 3|, \quad |x - 2|, \quad \frac{x + |x|}{2}, \quad \sqrt{|x + 1|}, \quad |x + 1| + |x - 3|$$

5) Dire per quali valori di  $x \in \mathbf{R}$  le seguenti espressioni hanno senso

- a)  $\frac{x}{x+1}$                       b)  $\frac{x}{x^2+1}$                       c)  $\sqrt{2-x}$                       d)  $\sqrt[5]{x-2}$   
e)  $(x-4)^{-\frac{1}{3}}$                       f)  $(x+1)^{-\frac{1}{2}}$                       g)  $\frac{x}{|x|}$                       h)  $\sqrt{x^2-1}$

6) Dire per quali valori di  $x$  reale le seguenti espressioni hanno senso e risolvere le equazioni:

$$\frac{2x-1}{x+2} = 1, \quad \frac{x-2}{x+1} = 2, \quad \frac{x^2-1}{x^2-3} = 0, \quad \frac{x^2+x-1}{x-1} = 2, \quad \frac{x^2-1}{x^2-4x+3} = 0$$

7) Dire per quali valori di  $x$  reale le seguenti espressioni hanno senso e risolvere le equazioni:

$$\sqrt{x^2-1} = x, \quad \sqrt{x^2+1} = x-2, \quad \sqrt{x-1} = \sqrt{x}, \quad \sqrt{x^2-2} = 1,$$

$$\sqrt[4]{x^2+7} = 2, \quad \sqrt[3]{x^3+1} = x-1, \quad \sqrt{x+1} - \sqrt{1-x} = 0$$

8) Risolvere le seguenti disequazioni, disegnando l'insieme soluzione sulla retta reale

$$x-2 > 2x+1, \quad |x-1| > -x, \quad (x-1)(x+2) \geq 0, \quad \frac{x-2}{x+1} > 0$$

$$x^2 - 5x + 6 > 0, \quad x^2 - x + 1 \leq 0, \quad (x^2 - 4x - 5)(x + 3) \leq 0 \quad \frac{x+1}{x-1} > 3$$

$$\frac{x^2 - x - 2}{x - 3} > 0, \quad \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x} > 0, \quad \frac{x^2 - 1}{x - 1} \geq 0.$$

9) Risolvere algebricamente i seguenti sistemi di disequazioni:

$$\begin{cases} x^2 - 9 < 0 \\ 6x + 2 > 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 4 > 0 \\ x^2 - 3x + 2 < 0 \\ x^2 - 1 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{5-2x}{7-x} < 1 \\ x - 1 > 0 \end{cases}$$

10) Dati gli insiemi  $A = \{t, z\}$  e  $B = \{v, z, t\}$  dire se le seguenti proposizioni sono vere o false

a)  $A \in B$       b)  $A \subset B$       c)  $z \in A \cap B$       d)  $v \subset B$       e)  $\{v\} \subset B$

11) Dati gli insiemi  $A = \{a, b, c, d\}$  e  $B = \{c, d, f\}$ ,

a) trovare un insieme  $X$  tale che  $A \cup B = B \cup X$ ; è unico questo insieme?

b) esiste un insieme  $Y$  tale che  $A \cup Y = B$  ?

12) Trovare inf, sup, min e max dei seguenti insiemi

$$\begin{array}{llll} A = [-3, 4] & B = (-3, 4) & C = (0, 1] & D = (-\infty, -3) \\ E = [-2, +\infty) & F = (2, 4) \cup [-1, 3] & G = [-5, 4] \cap (-2, 1] & H = [0, 1) \cup \{3\} \\ I = \{x \in \mathbf{R} / x^2 \geq 9\} & & J = \{x \in \mathbf{R} / |x - 1| \leq 3\} & \end{array}$$

13) Dati gli insiemi  $A = \{\text{studenti del primo anno di Architettura}\}$  e  $B = \{18, 19, \dots, 30\}$ , sia  $f: A \rightarrow B$  la funzione definita da  $f(x) = \text{voto riportato da } x \text{ nell'esame di Storia}$ . Dire

a) qual è il dominio di  $f$ ;

b) se  $f$  è iniettiva o no

14) Sia  $A$  l'insieme delle persone, e sia  $f: A \rightarrow A$  la funzione  $f(x) = \text{padre di } x$ .

a) qual è il dominio di  $f$ ?

b)  $f$  è iniettiva?

c) l'immagine di  $f$  è tutto  $A$ ?

d) decidere la validità delle seguenti affermazioni

- i) " $\forall x \exists y, f(x) = y$ "
- ii) " $\exists x \forall y, f(x) = y$ "
- ii) " $\forall y \exists x, f(x) = y$ "

15) Sia  $f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$  definita da  $f(n) = 2n$ . Trovare dominio e immagine di  $f$ ; dire se  $f$  è iniettiva; trovare l'inversa di  $f$ .