

SEMINARIO DI GEOMETRIA

11 Dicembre 2013, h.11.30-12.30

Politecnico di Torino,
Dipartimento di Scienze Matematiche,
AULA BUZANO

Alberto Albano
(Università di Torino)

Controesempi espliciti alla congettura di Xiao

Sia $f : S \dashrightarrow B$ una fibrazione di una superficie S su una curva B , con fibra generica F . Poniamo $g = g(F)$, $b = g(B)$ e $q = q(S)$, l'irregolarità. La disuguaglianza di Xiao, dimostrata nel 1987, afferma che, nel caso $B = \mathbb{P}^1$, $g > 1$ e f non isotriviale, si ha $g \geq 2q - 1$ e cioè al più la metà delle 1-forme su F si estendono a tutta la superficie S . Xiao ha congetturato che lo stesso risultato vale per B arbitrario tenendo conto delle ovvie 1-forme su S che provengono dalla base e cioè $g \geq 2(q - g) - 1$.

Questa congettura è falsa e i primi controesempi sono dovuti a Pirola (1992), basati su un'analisi della variazione della struttura di Hodge sulle fibre. I controesempi non sono però espliciti, nel senso che l'esistenza della superficie S discende da proprietà generali dello spazio dei moduli delle curve.

Nel seminario presenterò un metodo di costruzione che produce vari esempi di superfici che non verificano la congettura. Alcuni di questi esempi possono essere descritti esplicitamente e danno superfici che hanno divisori big in situazioni in cui non erano ancora noti. Tutti i risultati sono stati ottenuti in collaborazione con G.P. Pirola.