OMOGENEIZZAZIONE PER IL PROBLEMA DI MAXWELL QUASI-STAZIONARIO

Il sistema di Maxwell quasi stazionario, che viene considerato nei lavori [PM82],[AA84] e [BO85], è quello che viene utilizzato per descrivere i trasformatori elettrici (si considera trascurabile l' induzione elettrica). La caratteristica magnetica non lineare $\chi(x, H)$, ove H è il campo magnetico, è supposta essere Lipschitziana in x e strettamente monotona in H. La conduttività σ è invece degenere su una parte del dominio. Lo studio del problema limite sia nel caso di omogeneizzazione tridimensionale, sia nel caso di fili o strati è ottenuta con l' utilizzo appropriato di una disuguaglianza di Friedrichs. Di essa è necessario valutare la costante, che nel lavoro di Friedrichs (Comm. Pure Appl. Math. 1955) è ottenuta con la stima del secondo autovalore di una forma simmetrica e compatta. Noi seguiamo un metodo ispirato a Tartar in cui si sfrutta la periodicità del dominio e si ottiene:

$$\|\mathbf{A}^\varepsilon\|_{\mathbf{L}^2(\Omega)} \leq \varepsilon k \|\mathrm{rot}\, \mathbf{A}^\varepsilon\|_{\mathbf{L}^2(\Omega)}.$$

E' utilizzata inoltre la compattezza per compensazione in quattro dimensioni, facendo cioè intervenire le derivate rispetto al tempo. Nel caso che la caratteristica χ sia lineare si fornisce anche il correttore del secondo ordine per il potenziale vettoriale $\mathbf{A}^\varepsilon$:

$$\frac{\mathbf{A}^\varepsilon}{\varepsilon^2} \rightharpoonup \mathbf{A}_2 \quad \in \mathbf{L}^2 debole$$

ove risulta:

$$\mathbf{A}_2 = -M\, \nabla \frac{\partial \phi_0}{\partial t}$$

dove M è una opportuna matrice omogeneizzata che dipende da χ e da σ.