G-CONVERGENZA, DISEQUAZIONI CON OSTACOLO E PROBLEMA DELLA DIGA

Nel contesto dei problemi di G-convergenza, si considera una disequazione variazionale del tipo:

$$\begin{cases} u^\varepsilon \in \mathbf{K}(\psi^\varepsilon) \\ a^\varepsilon(u^\varepsilon, v - u^\varepsilon) \geq \langle f, v - u^\varepsilon \rangle \quad \forall v \in \mathbf{K}(\psi^\varepsilon) \end{cases}.$$

Nel lavoro [AFST81] si è studiato il comportamento, per $\varepsilon \searrow 0$, degli insiemi di contatto:

$$E^\varepsilon = \{x \in \bar{\Omega} : u^\varepsilon(x) = \psi^\varepsilon(x)\}$$

e delle frontiere libere $\Gamma^\varepsilon$:

$$\Gamma^\varepsilon = \partial E^\varepsilon \cap \Omega$$

Con ipotesi di regolarità sulla frontiera libera $\Gamma^0$ del problema limite ($\varepsilon = 0$) si è mostrato un risultato di convergenza degli insiemi di contatto nella metrica di Hausdorff [AFST81]. La convergenza degli insiemi di contatto non è tuttavia sufficiente a garantire la convergenza delle frontiere libere nemmeno nella metrica di Hausdorff. Con le ipotesi aggiuntive che $E^0 \subseteq E^\varepsilon$ o che $\Gamma^\varepsilon$ siano Lipschitziane, si ottiene anche la convergenza di $\Gamma^\varepsilon$ a $\Gamma^0$ nella metrica di Hausdorff.

Nel caso in cui la disequazione variazionale schematizza una diga rettangolare porosa, si sono studiate, nei lavori [RSMUPT81], [PRE81A] e [MONT81], delle condizioni per la convergenza della frontiera libera nella metrica di Hausdorff sia nei casi in cui la diga abbia una struttura periodica con periodo un rettangolo, sia nei casi in cui la diga sia formata da strati verticali od orizzontali. La condizione imposta è che le frontiere libere $\Gamma^\varepsilon$ soddisfino alla proprietà di cono esterno uniformemente in $\varepsilon$, proprietà che è soddisfatta da

$$\Gamma^\varepsilon_\delta = \Gamma^\varepsilon \cap \{(0, a - \delta) \times (0, b)\}$$

ove $a$ e $b$ sono le dimensioni della diga rettangolare.