

Esercizio 1. In un determinato corso di laurea, il cui piano di studi prevede un totale di n esami, il voto finale V viene calcolato con il seguente criterio: non si considera l'esame con il voto più basso, si sommano i restanti $n - 1$ voti, e si divide la somma per $n - 1$ (NB: nel caso vi sia più di un esame con il voto più basso, ad esempio tre esami con voto 18 e tutti gli altri con voto maggiore, si scarta *uno solo* dei tre 18, mentre gli altri due 18 vengono comunque tenuti in considerazione). Si discuta (cioè la si dimostri, se è vera, o la si confuti con un esempio, se è falsa) la disuguaglianza

$$V \geq A,$$

dove A è la usuale media aritmetica di *tutti* gli n voti riportati.

Esercizio 2. Un treno effettua un tragitto diviso in tre parti (cioè con due fermate intermedie), e i tre tratti in cui il viaggio è diviso hanno tutti la *stessa* lunghezza D (che possiamo pensare, ad esempio, espressa in Km). Inoltre, il treno percorre tutto il primo tratto alla velocità *costante* v_1 , tutto il secondo tratto alla velocità v_2 , e tutto il terzo tratto alla velocità v_3 (possiamo pensare queste velocità espresse in Km/h). Qual è la *velocità media* del treno durante il viaggio? (NB: la velocità media è, per definizione, il rapporto tra la lunghezza totale percorsa, e il tempo totale impiegato per percorrerla). Di quale tipo di media si tratta?

Esercizio 3 Come cambia la risposta dell'esercizio precedente, se si sa che il treno impiega il medesimo tempo T a percorrere ciascuno dei tre tratti, e viaggia con velocità costante v_1 , v_2 e v_3 , rispettivamente, in ciascuno dei tre tratti? (Naturalmente, qui *non* si suppone più che le tre parti del percorso abbiano la stessa lunghezza!).

Esercizio 4 La *media cubica* M_3 di due numeri non negativi a, b è definita dalla relazione

$$M_3 = \sqrt[3]{\frac{a^3 + b^3}{2}}.$$

Dimostrare che la media cubica è sempre maggiore o uguale alla media aritmetica. In quali casi si ha l'uguaglianza?

Esercizio 5 Cercare di estendere il risultato dell'esercizio precedente, al caso di n numeri non negativi a_1, \dots, a_n , tenendo presente che la loro media cubica è definita dalla relazione

$$M_3 = \sqrt[3]{\frac{a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_n^3}{n}}.$$